

## SOLUCIÓN DE ECUACIONES CUADRÁTICAS

1. (a) Factorice la expresión  $2x^2 - 3x - 5$ .

(b) De lo anterior, resuelva la ecuación  $2x^2 - 3x = 5$ .

(Total 4 puntos)

2. (a) Encuentre la solución de la ecuación  $x^2 - 5x - 24 = 0$ .

(b) La ecuación  $ax^2 - 9x - 30 = 0$  tiene solución  $x = 5$  y  $x = -2$ . Encuentre el valor de  $a$ .

(Total 8 puntos)

3. (a) Resuelva la siguiente ecuación para  $x$

$$3(2x + 1) - 2(3 - x) = 13.$$

(2)

(b) Factorice la expresión  $x^2 + 2x - 3$ .

(2)

(c) Encuentre las soluciones **positivas** de la ecuación

$$x^2 + 2x - 6 = 0.$$

(2)

(Total 6 puntos)

4. Sea  $f(x) = x^2 - 6x + 8$ .

(a) Factorice  $x^2 - 6x + 8$ .

(2)

(b) De lo anterior, resuelva la ecuación  $x^2 - 6x + 8 = 0$ .

(2)

(Total 4 puntos)

5. (a) Factorice la expresión  $x^2 - 25$ .

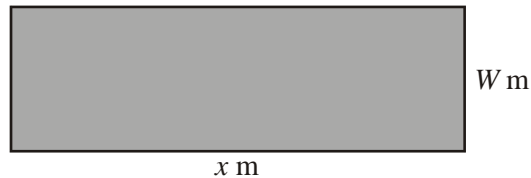
(b) Factorice la expresión  $x^2 - 3x - 4$ .

(c) Usando su respuesta de la parte (b), resuelva la ecuación  $x^2 - 3x - 4 = 0$ .

(Total 8 puntos)

## PROBLEMAS QUE DAN LUGAR A ECUACIONES CUADRÁTICAS

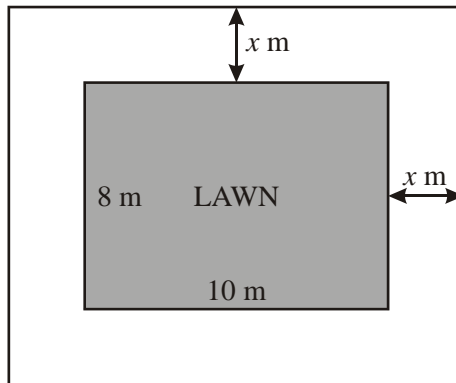
6. El perímetro del campo rectangular mostrado es 220 m. Uno de los lados mostrados mide  $x$ .



- (a) Exprese el ancho ( $W$ ) en términos de  $x$ .
- (b) Escriba una expresión, en términos de  $x$  solamente, para el área del campo.
- (c) Si la longitud  $x$  es 70, encuentre el área.

(Total 4 puntos)

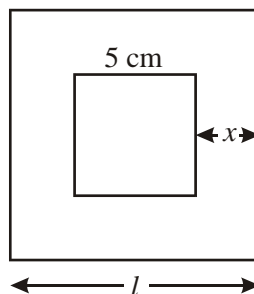
7. El diagrama de abajo muestra un camino de  $x \text{ m}$  de ancho, alrededor de un césped rectangular, el cual mide 10m por 8 m.



- (a) Escriba una expresión, en términos de  $x$ , para el área del camino.
- (b) Calcule el ancho del camino si el área es de  $208 \text{ m}^2$ .

(Total 4 puntos)

8. Una foto tiene la forma de un cuadrado de lado 5 cm. Es rodeado por un marco de madera de ancho  $x \text{ cm}$ , como se muestra en la figura de abajo.



La longitud del marco de madera es  $l \text{ cm}$ , y el área del marco de madera es  $A \text{ cm}^2$ .

- (a) Escriba una expresión para la longitud  $l$  en términos de  $x$ .

(1)

- (b) Escriba una expresión para el área  $A$  en términos de  $x$ .

(2)

- (c) Si el área del marco es  $24 \text{ cm}^2$ , encuentre el valor de  $x$ .

(4)

(Total 7 puntos)

9. La sra. Harvey desea poner una cerca de 50 m de largo, alrededor de su jardín rectangular. Ella necesita cercar solamente 3 lados porque el otro lado está junto a su casa.

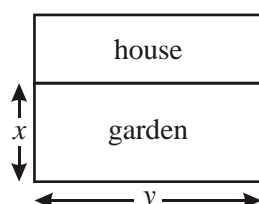


Diagram not to scale

El ancho del jardín es representado por  $x$ , y la longitud por  $y$ .

- (a) Escriba una expresión para  $y$  en términos de  $x$ .
- (b) Escriba una expresión para el área,  $A$ , del jardín en términos de  $x$ .
- (c) Si el área es  $200 \text{ m}^2$ , encuentre las dimensiones del jardín.

(Total 8 puntos)

10. Una piscina se construye en forma de L. La forma se genera a partir de dos cuadrados con lados de longitudes  $x$  y  $\sqrt{x}$  como se muestra.

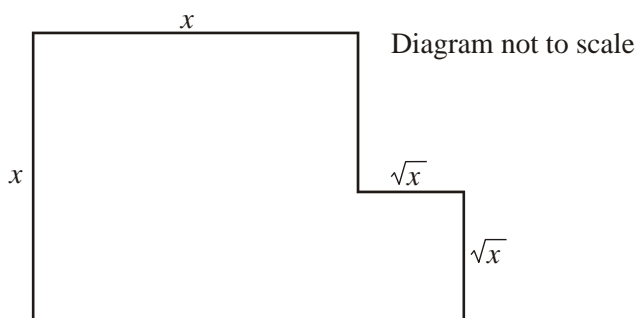
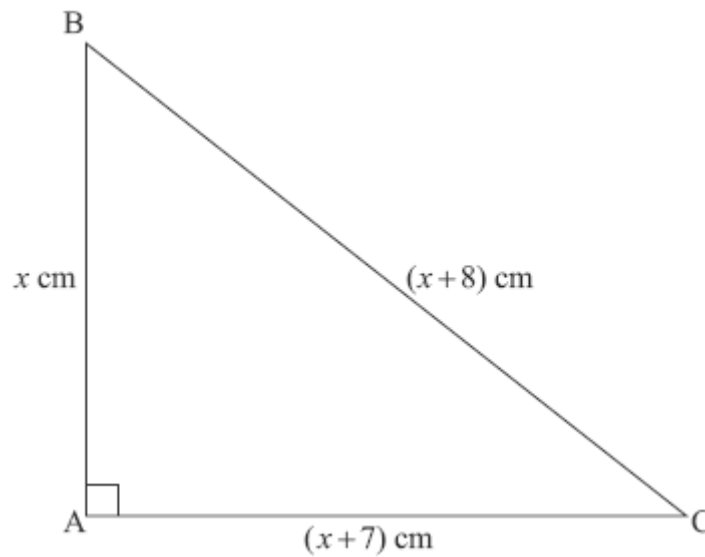


Diagram not to scale

- (a) Escriba una expresión para el área  $A$  de la superficie que abarca la piscina.
- (b) Si el área debe tener  $30 \text{ m}^2$ , escriba una ecuación cuadrática que exprese esta información.
- (c) Encuentre las dos soluciones de su ecuación obtenida en la parte (b).
- (d) Indique cuál de las dos respuestas obtenidas en la parte (c) es la correcta para  $x$ . Justifique brevemente su elección.

(Total 8 marks)

11. En el diagrama,  $\hat{BAC} = 90^\circ$ . La longitud de los tres lados son  $x$  cm,  $(x + 7)$  cm y  $(x + 8)$  cm.

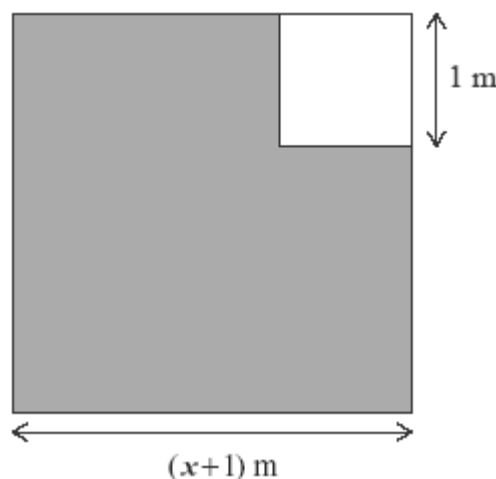


*diagram not to scale*

- (a) Escriba y simplifique una ecuación cuadrática que relacione los tres lados del triángulo. (3)
- (b) Resuelva la ecuación cuadrática obtenida en la parte (a). (2)
- (c) Escriba el valor del perímetro del triángulo. (1)

(Total 6 marks)

12. La longitud de un jardín cuadrado es  $(x + 1)$  m. En una de las esquinas un cuadrado de 1 m de longitud es utilizado solamente para pasto. El resto del jardín se usa solamente para plantar rosas, y está representado por la región sombreada en la figura mostrada.



*diagram not to scale*

El área de la región sombreada es  $A$ .

- (a) Escriba una expresión para el área  $A$  en términos of  $x$ . (1)

- (b) Encuentre el valor de  $x$  dado que  $A = 109.25 \text{ m}^2$ .

(3)

- (c) El dueño del jardín pone una cerca alrededor de la región sombreada, encuentre la longitud de esta cerca.

(2)

(Total 6 puntos)

13. La longitud de uno de los lados de un rectángulo es 2 cm más largo que su ancho.

- (a) Si el lado pequeño es  $x$  cm, encuentre el perímetro del rectángulo en términos de  $x$ .

El perímetro de un cuadrado es igual al perímetro del rectángulo hallado en la parte (a).

- (b) Determine la longitud de cada lado del cuadrado en términos de  $x$ .

La suma de las áreas del rectángulo y del cuadrado es  $2x^2 + 4x + 1 \text{ (cm}^2\text{)}$ .

- (c) (i) Dado que esta suma es  $49 \text{ cm}^2$ , encuentre  $x$ .

- (ii) Encuentre el área del cuadrado.

(Total 6 marks)

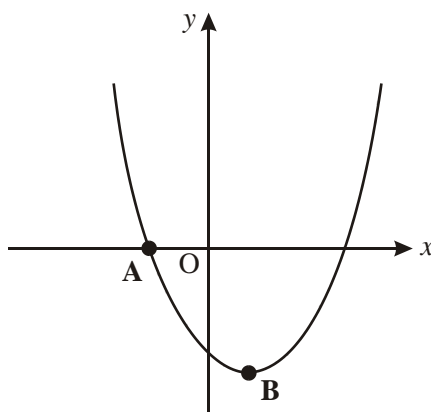
### GRÁFICAS DE FUNCIONES CUADRÁTICAS

14. (a) Resuelva la ecuación  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .

- (b) Encuentre las coordenadas de los puntos donde la gráfica de  $y = x^2 - 5x + 6$  intersecta el eje  $x$ .

(Total 4 puntos)

15. El diagrama muestra la gráfica de  $y = x^2 - 2x - 8$ . El gráfico cruza al eje  $x$  en el punto A, y tiene vértice B.



- (a) Factorice  $x^2 - 2x - 8$ .

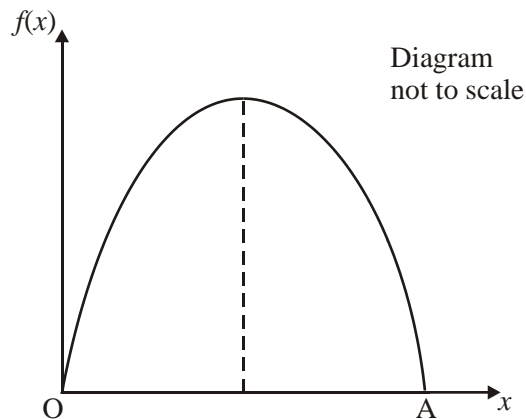
- (b) Escriba las coordenadas de cada uno de estos puntos

- (i) A;

- (ii) B.

(Total 4 puntos)

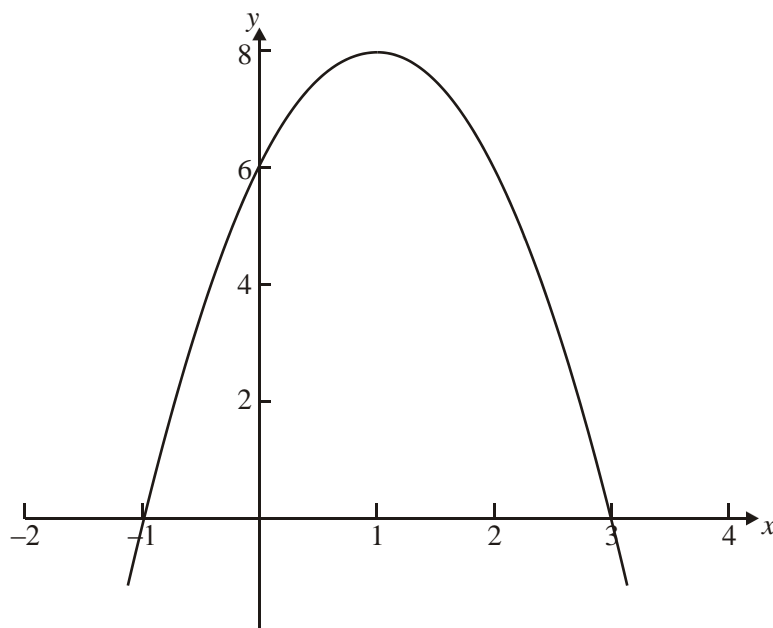
16. El gráfico de la función  $f(x) = 30x - 5x^2$  se muestra en la figura de abajo



- (a) Factorice completamente  $30x - 5x^2$ .
- (b) Encuentre las coordenadas del punto A.
- (c) Escriba la ecuación del eje de simetría.

(Total 8 puntos)

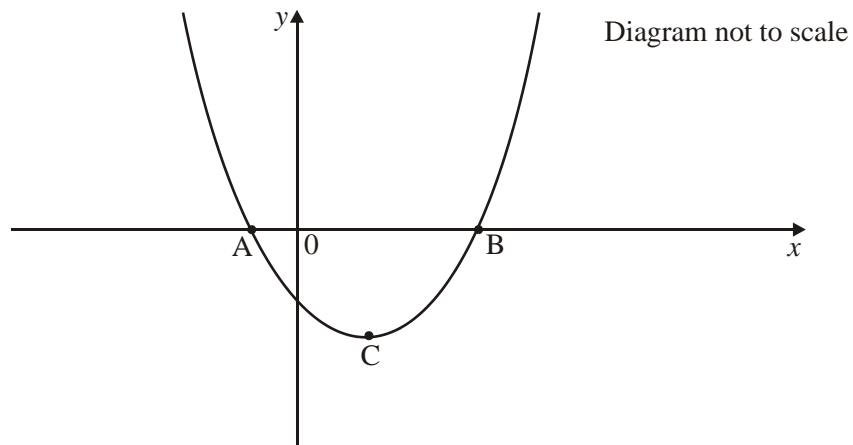
17. La figura muestra parte de la gráfica de una función cuadrática  $y = ax^2 + 4x + c$ .



- (a) Escriba el valor de  $c$ .
- (b) Encuentre el valor de  $a$ .
- (c) Escriba la función cuadrática en su forma factorizada.

(Total 8 puntos)

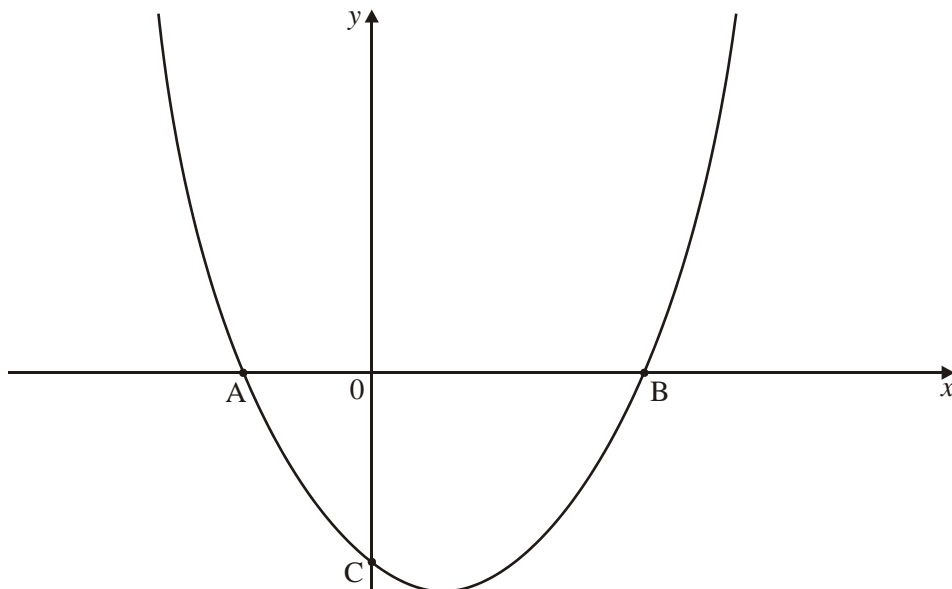
18. El gráfico de la función  $f(x) = x^2 - 2x - 3$  se muestra en el diagrama siguiente.



- (a) Factorice la expresión  $x^2 - 2x - 3$ .
- (b) Escriba las coordenadas de los puntos A y B.
- (c) Escriba la ecuación del eje de simetría.
- (d) Escriba las coordenadas del vértice de la parábola, C.

(Total 8 puntos)

19. El gráfico de la función  $y = x^2 - x - 2$  se dibuja abajo.

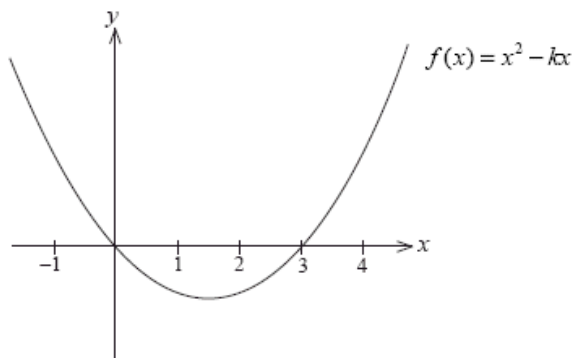


- (a) Escriba las coordenadas del punto C.
- (b) Calcule las coordenadas de los puntos A y B.

(Total 8 marks)

20. (a) Factorice la expresión  $x^2 - kx$ . (1)
- (b) Resuelva la ecuación  $x^2 - kx = 0$ . (1)

El diagrama de abajo muestra el gráfico de la función  $f(x) = x^2 - kx$  para un valor particular de  $k$ .



- (c) Escriba el valor de  $k$  para esta función. (1)
- (d) Encuentre el valor mínimo de la función  $y = f(x)$ . (3)
- (Total 6 marks)

21. (a) Factorice  $3x^2 + 13x - 10$ . (2)
- (b) Resuelva la ecuación  $3x^2 + 13x - 10 = 0$ . (2)

Considere una función  $f(x) = 3x^2 + 13x - 10$ .

- (c) Encuentre la ecuación del eje de simetría. (2)
- (d) calcule el valor mínimo de esta función. (2)
- (Total 8 marks)



## **MODELOS CUADRÁTICOS**

22. Una pequeña compañía manufacturera elabora y vende  $x$  máquinas cada mes. El costo mensual  $C$ , en dólares, de elaborar  $x$  máquinas está dado por

$$C(x) = 2600 + 0.4x^2.$$

Los ingresos mensuales  $I$ , en dólares, obtenidos por la venta de  $x$  máquinas están dados por

$$I(x) = 150x - 0.6x^2.$$

- (a) Muestre que los beneficios de la compañía pueden calcularse usando la ecuación cuadrática

$$P(x) = -x^2 + 150x - 2600.$$

(2)

- (b) Los beneficios máximos ocurren en el vértice de la función  $P(x)$ . Determine cuántas máquinas se deberían vender cada mes para obtener una utilidad máxima

(2)

- (c) Si la compañía maximiza las utilidades, encuentre el precio de venta de cada máquina

(4)

- (d) Dado que  $P(x) = (x - 20)(130 - x)$ , encuentre el mínimo número de máquinas que la compañía debe elaborar y vender cada mes de manera que se tengan utilidades positivas.

(4)

(Total 12 puntos)

23. La función  $Q(t) = 0.003t^2 - 0.625t + 25$  representa la cantidad de energía en una batería, luego de  $t$  minutos de uso.

- (a) Establezca la cantidad de energía almacenada por la batería antes de ser utilizada.

- (b) Calcule la cantidad de energía disponible después de 20 minutos.

- (c) Calcule el número de minutos que toma para alcanzar una energía de cero.

(Total 6 marks)